UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
Curso de Nivelación 2014

MATEMÁTICA

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados

CURSO DE MATEMÁTICA EN LÍNEA

Contenido

VALOR ABSOLUTO 1

OTRAS PROPIEDADES DEL VALOR ABSOLUTO 7

INTERVALOS DEFINIDOS POR VALOR ABSOLUTO 8

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

VALOR ABSOLUTO

Si $a \in \square$, el valor absoluto de a es:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{si } a \geq 0 \\ -a, & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Ejemplo:

1) $|5| = 5$

2) $|-5| = -(-5) = 5$

3) $|0| = 0$

4) $|a-b| = \begin{cases} a-b, & \text{si } a-b \geq 0 \\ -(a-b), & \text{si } a-b < 0 \end{cases}$

$$|a-b| = \begin{cases} a-b, & \text{si } a \geq b \\ -(a-b), & \text{si } a < b \end{cases}$$

5) $\sqrt{(3)^2} = \sqrt{9} = 3$

$-\sqrt{(-3)^2} = -\sqrt{9} = -3$

entonces

$\sqrt{x^2} = |x|$

PROPIEDADES DEL VALOR ABSOLUTO

Sean a, b y n números reales

a) $|ab| = |a||b|$

b) $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

c) $|a^n| = |a|^n$

d) $\sqrt{a^2} = |a|$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

Ejemplo. Calcular el conjunto solución de:

1) $|2x-5|=3$

Solución

$$|2x-5|=\begin{cases} 2x-5, & \text{Si} \quad 2x-5\geq 0 \\ -(2x-5), & \text{Si} \quad 2x-5<0 \end{cases}$$

$$=\begin{cases} 2x-5, & \text{Si} \quad x\geq \dfrac{5}{2} \\ -(2x-5), & \text{Si} \quad x<\dfrac{5}{2} \end{cases}$$

a) $x\in\left[5/2,+\infty\right[$

$2x-5=3$

$2x=8$

$x=4$ y $4\in\left[5/2,+\infty\right[$

b) $x\in\left]-\infty,5/2\right[$

$-(2x-5)=3$

$-2x+5=3$

$-2x=-2$

$x=1$ y $1\in\left]-\infty,5/2\right[$

por lo tanto

$S=\{1,4\}$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

2) $|x-4| \leq 2$

Solución

$|x-4| = \sqrt{(x-4)^2}$

$|x-4| \leq 2$

$\sqrt{(x-4)^2} \leq 2$

$\left[\sqrt{(x-4)^2}\right]^2 \leq (2)^2$

$(x-4)^2 \leq 4$

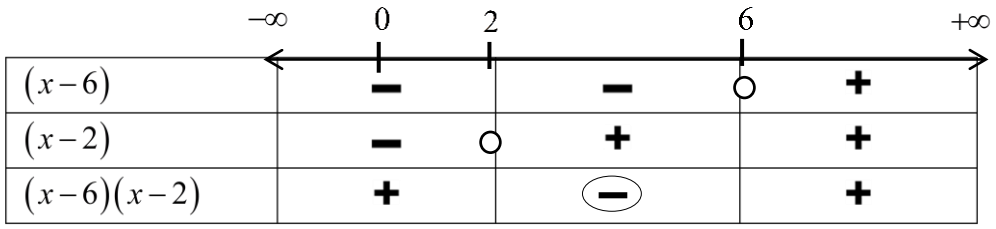
$(x-4)^2 - 4 \leq 0$

$[(x-4)-2][(x-4)+2] \leq 0$

$\boxed{(x-6)(x-2) \leq 0}$

$x-6=0 \quad \rightarrow \quad x=6$

$x-2=0 \quad \rightarrow \quad x=2$



$S = [2,6]$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

3) $|3x+1|>4$

Solución

$|3x+1|=\sqrt{(3x+1)^2}$

$|3x+1|>4$

$\sqrt{(3x+1)^2}>4$

$\left[\sqrt{(3x+1)^2}\right]^2>(4)^2$

$(3x+1)^2>4^2$

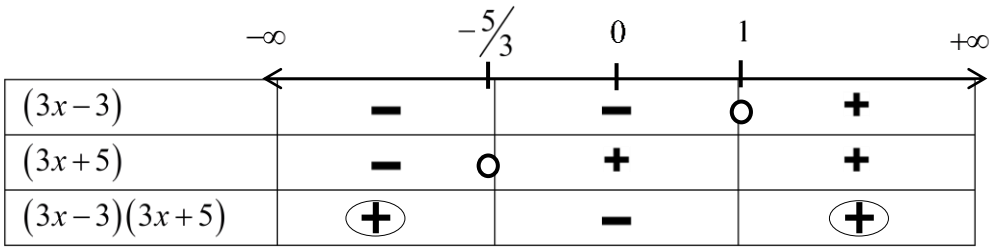
$(3x+1)^2-4^2>0$

$\left[(3x+1)-4\right]\left[(3x+1)+4\right]>0$

$\boxed{(3x-3)(3x+5)>0}$

$3x-3=0 \quad \rightarrow \quad x=1$

$3x+5=0 \quad \rightarrow \quad x=-5/3$



$S=\left]-\infty,-5/3\right[\cup \ ]1,+\infty[$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

4) $|x-2|<3|x+7|$

Solución

$|x-2|=\sqrt{(x-2)^2}$

$|x+7|=\sqrt{(x+7)^2}$

$|x-2|=3|x+7|$

$\sqrt{(x-2)^2}<3\sqrt{(x+7)^2}$

$\left[\sqrt{(x-2)^2}\right]^2<\left[3\sqrt{(x+7)^2}\right]^2$

$(x-2)^2<9(x+7)^2$

$(x-2)^2-9(x+7)^2<0$

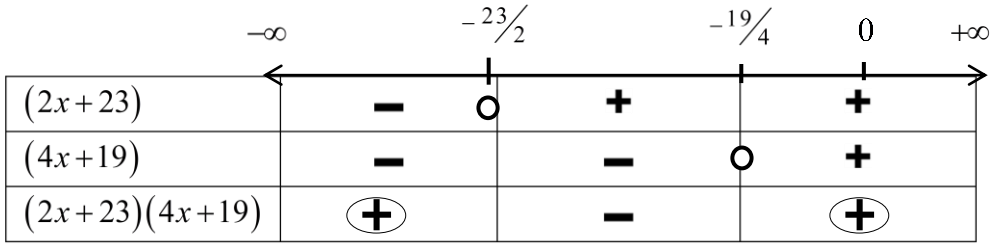
$[(x-2)-3(x+7)][(x-2)+3(x+7)]<0$

$-(2x+23)(4x+19)<0$

$\boxed{(2x+23)(4x+19)>0}$

$2x+23=0 \quad \rightarrow \quad x=-{}^{23}\!/_{2}$

$4x+19=0 \quad \rightarrow \quad x=-{}^{19}\!/_{4}$



$S=\left]-\infty,-{}^{23}\!/_{2}\right[\ \cup\ \left]-{}^{19}\!/_{4},+\infty\right[$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

5) $\left|\frac{x}{2+x}\right| \geq 1$

Solución

$$\left|\frac{x}{2+x}\right| = \sqrt{\left(\frac{x}{2+x}\right)^2}$$

$$\left|\frac{x}{2+x}\right| \geq 1$$

$$\sqrt{\left(\frac{x}{2+x}\right)^2} \geq 1$$

$$\left[\sqrt{\left(\frac{x}{2+x}\right)^2}\right]^2 \geq (1)^2$$

$$\left(\frac{x}{2+x}\right)^2 \geq 1$$

$$\left(\frac{x}{2+x}\right)^2 - 1 \geq 0$$

$$\left[\frac{x}{2+x} - 1\right]\left[\frac{x}{2+x} + 1\right] \geq 0$$

$$\frac{x-(2+x)}{2+x} \cdot \frac{x+(2+x)}{2+x} \geq 0$$

$$\left(\frac{-2}{2+x}\right)\left(\frac{2x+2}{2+x}\right) \geq 0$$

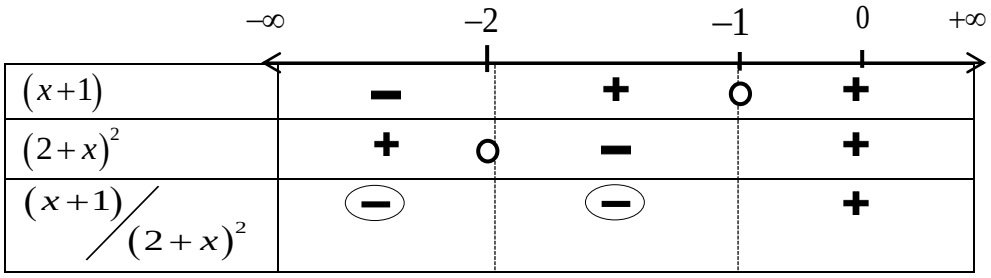
$$\left(\frac{-4(x+1)}{(2+x)^2}\right) \geq 0$$

$$\boxed{\frac{(x+1)}{(2+x)^2} \leq 0}$$

$x+1=0 \quad \rightarrow \quad x=-1$

$2+x=0 \quad \rightarrow \quad x=-2$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013



$S =]-\infty,-2[\cup]-2,-1]$

OTRAS PROPIEDADES DEL VALOR ABSOLUTO

Sean a, b, k números reales, $k > 0$

1) $-|a| \le a \le |a|$

2) $|a| \le k$, Entonces

$-k \le a \le k$

3) $|a| \ge k$, Entonces

$a \ge k$ ó $a \le -k$

4) $|a+b| \le |a| + |b|$ ← Desigualdad Triangular

Ejemplo. Calcule el conjunto solución de:

1) $|x+2| < 5$

Solución

$|x+2| < 5$

$-5 < x+2 < 5$

$-5-2 < x+2-2 < 5-2$

$-7 < x < 3$

$S =]-7,3[$

Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

2) $|3x-5| \geq 1$

Solución

$3x-5 \geq 1$	$3x-5 \leq -1$
$3x \geq 6$	$3x \leq 4$
$x \geq 2$	$x \leq 4/3$

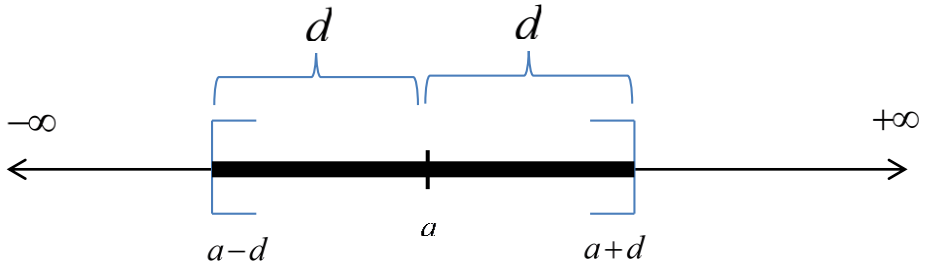
$S =]-\infty, 4/3] \cup [2, +\infty[$

INTERVALOS DEFINIDOS POR VALOR ABSOLUTO

1) $|x-a| \leq d$

$-d \leq x-a \leq d$

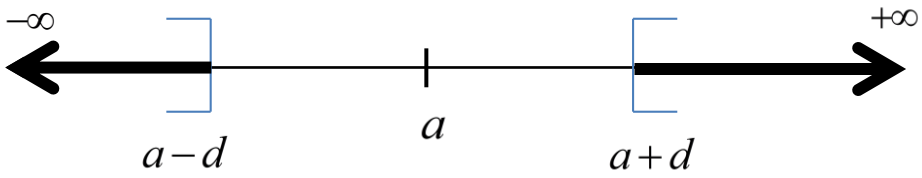
$a-d \leq x \leq a+d$



2) $|x-a| \geq d$

$x-a \geq d \quad \rightarrow x \geq a+d$

$x-a \leq -d \quad \rightarrow x \leq a-d$

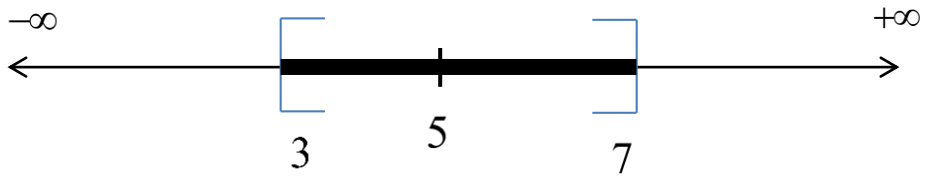


Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013

Ejemplo. Represente en la recta real el intervalo dado por:

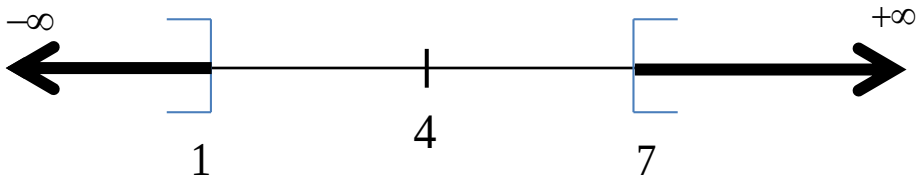
1) $|x-5| \leq 2$

Solución



2) $|x-4| \geq 3$

Solución



Universidad de El Salvador, Derechos Reservados 2013